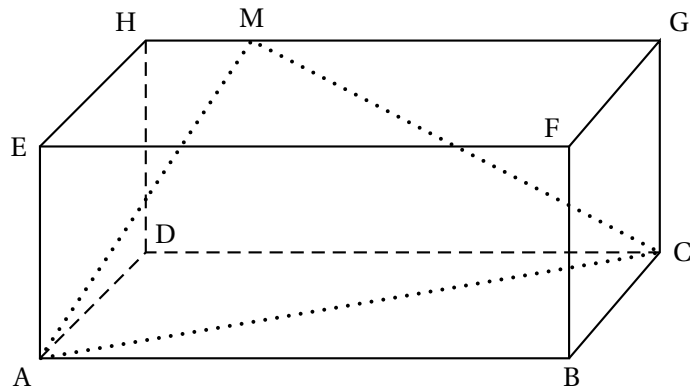


**EXERCICE 4 GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE****7 points**

Dans la figure ci-dessous, ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que  $AB = 5$ ,  $AD = 3$  et  $AE = 2$ .

L'espace est muni d'un repère orthonormé d'origine A dans lequel les points B, D et E ont respectivement pour coordonnées  $(5; 0; 0)$ ,  $(0; 3; 0)$  et  $(0; 0; 2)$ .



1.
  - a. Donner, dans le repère considéré, les coordonnées des points H et G.
  - b. Donner une représentation paramétrique de la droite (GH).
2. Soit M un point du segment [GH] tel que  $\overrightarrow{HM} = k\overrightarrow{HG}$  avec  $k$  un nombre réel de l'intervalle  $[0; 1]$ .
  - a. Justifier que les coordonnées de M sont  $(5k ; 3 ; 2)$ .
  - b. En déduire que  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CM} = 25k^2 - 25k + 4$ .
  - c. Déterminer les valeurs de  $k$  pour lesquelles AMC est un triangle rectangle en M.

Dans toute la suite de l'exercice, on considère que le point M a pour coordonnées  $(1 ; 3 ; 2)$ .  
On admet que le triangle AMC est rectangle en M .

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par la formule  $\frac{1}{3} \times \text{Aire de la base} \times h$  où  $h$  est la hauteur relative à la base.

3. On considère le point K de coordonnées  $(1 ; 3 ; 0)$ .
  - a. Déterminer une équation cartésienne du plan (ACD).
  - b. Justifier que le point K est le projeté orthogonal du point M sur le plan (ACD).
  - c. En déduire le volume du tétraèdre MACD.
4. On note P le projeté orthogonal du point D sur le plan (AMC).  
Calculer la distance DP; en donner une valeur arrondie à  $10^{-1}$ .